

24 février – 28 février

Polynômes – Espaces vectoriels

Polynômes

- Ensemble $\mathbb{R}[x]$. Opérations sur les polynômes.
- Degré. Opérations et degré.
- Division euclidienne des polynômes, existence et unicité du quotient et du reste.
- B divise A ssi le reste de la division euclidienne de A par B est nul.
- Polynôme dérivé. Dérivées successives d'un monôme, d'un polynôme.
- Formule de Taylor pour les polynômes.
- Racine d'un polynôme. Si $\alpha_1, \dots, \alpha_k$ racines distinctes, $(x - \alpha_1) \dots (x - \alpha_k)$ divise P .
- Un polynôme de $\mathbb{R}_n[x]$ non nul a au plus n racines distinctes. Un polynôme ayant une infinité de racines est nul.
- Multiplicité d'une racine. Caractérisation de la multiplicité.
- Relations coefficients-racines pour les polynômes de $\mathbb{R}_2[x]$.
- Factorisation des polynômes de $\mathbb{R}[x]$.

Note pour les colleurs : Actuellement, très peu d'exercices sur les espaces vectoriels ont été traités. On se contentera d'exercices d'application du cours cette semaine.

Espaces vectoriels

- Lois de composition interne, externe
- Structure d'espace vectoriel, règles de calcul.
- Espaces vectoriels de référence : \mathbb{R}^n , $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{R})$, $\mathcal{F}(X, \mathbb{R})$, $\mathbb{R}[x]$, $\mathbb{R}_n[x]$, $\mathbb{R}^{\mathbb{N}}$.
- Combinaisons linéaires. Montrer qu'un vecteur est combinaison linéaire d'une famille de vecteurs.
- Sous-espaces vectoriels.
- L'intersection de deux sev d'un espace vectoriel E est un sev de E . Faux avec l'union.
- Sous-espaces vectoriels engendrés.
- Familles génératrices, exemples.
- Retirer un vecteur, remplacer un vecteur dans une famille génératrice.
- Familles libres, familles liées, exemples.
- Principe d'identification.