12 mai – 16 mai

Applications linéaires

Développements limités

Révisions.

Applications linéaires

Applications linéaires entre deux espaces vectoriels, notion d'endomorphisme.

Application linéaire canoniquement associée à une matrice.

Propriétés des applications linéaires.

Opérations sur les applications linéaires : combinaison linéaire, composition.

Noyau, image d'une application linéaire. Si $\varphi \in \mathcal{L}(E, F)$, $\text{Ker } \varphi$ est un sev de E , et $\text{Im } \varphi$ est un sev de F .

Caractérisation de l'injectivité et de la surjectivité en termes de noyau et image.

Isomorphismes, automorphismes. Linéarité de la bijection réciproque.

Composition d'automorphismes.

Puissances d'endomorphismes.

Rang d'une application linéaire.

Détermination du rang à partir d'une base de l'espace de départ.

Théorème du rang.

Lien entre le rang et l'injectivité, la surjectivité, la bijectivité d'une application linéaire.

Si $\varphi \in \mathcal{L}(E, F)$ et $\dim E = \dim F$, alors φ injective $\Leftrightarrow \varphi$ surjective $\Leftrightarrow \varphi$ bijective.

Projecteurs associés à deux sev supplémentaires.

Si p projecteur sur F parallèlement à G , alors $\text{Im } p = F$ et $\text{ker } p = G$. $\text{ker } p \oplus \text{Im } p = E$.

Si p et q sont les projecteurs associés à la décomposition $E = F \oplus G$, alors $p+q = \text{Id}_E$ et $p \circ q = q \circ p = 0_{\mathcal{L}(E)}$.

p est un projecteur ssi $p \circ p = p$.