

Mathématiques – Progression du cours

Chapitre 1 – Rudiments de logique

02.09.2024 :

- Propositions mathématiques.
- Connecteurs logiques : négation, conjonction, disjonction.
- Implication.

Exemple du cours à traiter pour le 03.09.

03.09.2024 :

- Contraposée. Raisonnement par contraposée.
- Réciproque.
- Equivalence.
- Montrer une implication, montrer une équivalence.
- Début exercice 2 du TD1.

Exercices 1 et 2 du TD1 pour le 04.09, Interrogation de cours le 04.09.

04.09.2024 :

- Interrogation 1.
- Quantificateur universel, existentiel.
- Négation des propositions quantifiées.
- Permutation des quantificateurs.
- Montrer une proposition avec des quantificateurs.
- Existence et unicité.
- Exercices 1, 2, 3 (1,2), 4 (1,2), 5 (1,2), 6 (1).

Exercices 3, 4, 5, 6 à terminer pour le 06.09.

06.09.2024 :

- Exercices 3, 4, 5, 6.
- Raisonnement par l'absurde.
- Raisonnement par disjonction de cas.
- Raisonnement par récurrence.
- Exercices 8, 11.

10.09.2024 :

- Récurrence double, triple.
- Récurrence forte.
- Raisonnement par analyse-synthèse.
- Exercice 10.

Exercices 15, 16 à traiter pour le 11.09. Interrogation le 11.09.

11.09.2024 :

- Exercices 15, 16, 18.

Chapitre 2 : Ensembles de nombres - Résolution d'équations et d'inéquations

11.09.2024 :

- Ensembles de nombres : $\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{R}$.
- Manipulations dans $\mathbb{Q}$ et forme irréductible
- Rappels dans $\mathbb{R}$: factoriser, développer, identités remarquables, puissances.
- Racine carrée.
- Valeur absolue : définition, propriétés, règles de calcul, inégalités triangulaires.
- Inégalités dans $\mathbb{R}$: inégalités et opérations, composition par une fonction monotone, strictement monotone.
- Résolution d'équation et d'inéquation : domaine de validité, résolution d'(in)équations polynomiales de degré 1.

Exercices 1,2, 7 (1,2,3) et 8 (1,2,3) du TD2 à traiter pour le 13.09.

13.09.2024 :

- Exercices 1,2, 7 (1,2,3) et 8 (1,2,3).
- Résolution d'(in)équations polynomiales de degré 3 ou plus.
- Résolution d'équations polynomiales avec un paramètre.
- Résolution d'équations ou inéquations à l'aide d'un changement de variable.
- Exercice 18 (1).

Fin de l'exercice 18, fin des exercices 7 et 8 à traiter pour mardi 17.09. DM1 à rendre.

17.09.2024 :

- Bilan du DS1.
- Exercice 18 (fin).

Copies du DS1 à travailler. Interrogation 3 le 18.09. DM2 à rendre le 24.09.

18.09.2024 :

- Interrogation 3.
- Équations et inéquations avec des valeurs absolues.
- Utilisation des fonctions exponentielles, ln, fonction carrée pour la résolution. Utilisation en général des fonctions strictement monotones.
- Inégalités et étude de fonction.
- Exercice 3, exercice 13.

Chapitre 3 : Étude de fonction, fonctions usuelles

18.09.2024 :

- Définition d'une fonction, domaine de définition.
- Notions d'image et d'antécédent, ensemble image d'une fonction, graphe.

Exercice 5 du TD2, exercices 2, 4 du TD3. à traiter pour le 20.09.

20.09.2024 :

- Bilan interrogation 3.
- Exercices 5 du TD2, exercices 2, 4 du TD3.
- Fonctions paires, fonctions impaires, fonctions périodiques.
- Sommes, produits, quotients de fonctions.
- Composée de deux fonctions.
- Fonctions monotones, strictement monotones.
- Exercice 5 1.a.

Exercices 5, 7, 8 à traiter pour le 23.09.

24.09.2024 :

- Bilan DM 1.
- Exercices 5, 7, 8.
- Monotonie et dérivation.
- Notion de bijection.

Revoir DS, DM, exercices du TD en vue du DS 2.

25.09.2024 :

- Bijections et réciproques.
- Théorème de la bijection.
- Fonctions usuelles :
 - Partie entière.
 - Fonction racine carrée.
 - Fonctions racines n-ième.
 - Fonction inverse et ses puissances.
 - Fonctions logarithme népérien et exponentielle.
 - Fonctions puissances réelles.
- Exercice 13.

Exercice 19 à préparer pour le 27.09.

27.09.2024 :

- Exercice 19.
- Dérivation des fonctions puissances réelles.
- Croissances comparées.
- Fonctions trigonométriques :
 - Cosinus, sinus : définitions, propriétés,
 - Résolution de $\cos x = \cos a$, $\sin x = \sin a$.
 - Dérivée de cos et sin, courbes représentatives.
 - Fonction tangente : définition.

Etude de la fonction tangente à terminer pour le 01.10.

01.10.2024 :

- Bilan DM 2.
- Fonction tangente : définition, imparité, périodicité, dérivée, graphe, valeurs particulières.
- Fonction arctan.
- Exercice 16.

Exercice 14.3 à préparer, exercice 16 à terminer pour le 02.10. Interrogation 4 le 02.10. DM 3 à rendre le 08.10.

02.10.2024 :

- Exercices 14.3, 16, 20.

Chapitre 4 : Sommes et produits

02.10.2024 :

- Interrogation 4.
- Notation $\sum$, nombre de termes d'une somme.
- Règles de calcul, relation de Chasles, inégalité triangulaire généralisée.
- Changement d'indices.
- Sommes télescopiques.

Exercice du cours à traiter pour le 04.10.

04.10.2024 :

- Exercice du cours.
- Bilan interrogation.

$$- \sum_{k=1}^n k, \sum_{k=1}^n k^2, \sum_{k=1}^n k^3$$

- Sommes géométriques.
- Formule de Bernoulli.
- Sommes des termes d'une suite arithmétique.
- Exercice 1 (3,4,5).

Fin de l'exercice 1, travail des exemples et exercices du cours pour le 07.10.

08.10.2024 :

- Sommes doubles rectangulaires.
- Sommes doubles triangulaires, permutation des sommes.
- Exercice 7.

Exercice du cours à préparer pour le 10.10.

09.10.2024 :

- Bilan du DS 2.
- Exercice du cours.
- Exercice 13.
- Notation $\prod$
- Factorielles.
- Règles de calcul du produit.
- Produits télescopiques.
- Exercices 2, début du 5 et du 3.

Exercices 5, 3 à finir. Exercice 8 à préparer pour le 11.10.

11.10.2024 :

- Exercices 5, 8.

Chapitre 5 : Calcul matriciel

11.10.2024 :

- Ensemble $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{R})$
- Matrice nulle, matrice identité.
- Somme, multiplication par un scalaire, propriétés.
- Matrices élémentaires.
- Produit matriciel, propriétés.
- Matrices commutantes.
- Transposée, opérations sur les transposées : combinaison linéaire, produit.
- Matrices diagonales.
- Matrices diagonales et opérations.
- Exercice 1 (début), exercice 2.

Finir l'exercice 1, exercices 3 et 7 pour le 15.10.

15.10.2024 :

- Exercices 1, 3, 7.
- Matrices triangulaires supérieures, inférieures.
- Matrices triangulaires et opérations.
- Matrices symétriques, matrices antisymétriques.

Interrogation 6 le 16.10.

16.10.2024 :

- Puissances d'une matrice carrée.
- Matrices inversibles. Toute matrice inversible à gauche ou à droite est inversible.

- Calcul d'inverse lorsque $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$ résout une équation polynomiale.
- Inverse et opérations : inverse d'une transposée, inverse d'un produit de matrices inversibles, inverse d'une puissance.
- Cas des matrices 2×2 : déterminant, inverse des matrices de $GL_2(\mathbb{R})$.
- Inversibilité des matrices diagonales.
- Inversibilité des matrices triangulaires.
- Exercices 10, 14, 15.

Exercices 12, 8 à préparer pour le 18.10.

18.10.2024 :

- Bilan interrogation 6, DM 4.
- Exercices 12, 8, 6.

Chapitre 6 : Ensembles, applications

18.10.2024 :

- Définition d'un ensemble en extension, en compréhension, en paramétrisation
- Ensembles de nombres : $\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{D}, \mathbb{Q}, \mathbb{R}$.

DM 5 à préparer pour le 04.11. Concours blanc 1 du 05.11 au 08.11.

12.11.2024 :

- Bilan DS 3 (concours blanc 1).

15.11.2024 :

- Inclusion d'un ensemble dans un autre, égalité de deux ensembles.
- Ensemble $\mathcal{P}(E)$ des parties d'un ensemble E .
- Union, intersection de deux ensembles.
- $A \subset B \Leftrightarrow A \cap B = A \Leftrightarrow A \cup B = B$.
- Union, intersection d'une famille d'ensembles. Différence, complémentaire. Lois de Morgan.
- Ensembles disjoints, partition d'un ensemble.
- Produit cartésien.
- Définition d'une application, exemples.
- Restriction.
- Composition.
- Injections, surjections, bijections.

Exercices 4, 11, 13 du TD 6 à traiter pour le 23.11.

19.11.2024 :

- Suite bilan DS3.
- Exercices 4, 11, 13.
- Bijections et application réciproque.

Interrogation le 20.11. Deux exemples du cours à traiter pour le 20.11. DM 7 à rendre pour le 26.11.

20.11.2024 :

- Composée de fonctions injectives, surjectives, bijectives.
- Exercices 14, 16.
- Dénombrément : notion d'ensemble fini, cardinal d'un ensemble fini.
- Nombre de parties à k éléments, coefficients binomiaux.
- Formule de Pascal.
- Formule "du capitaine" : $k \binom{n}{k} = n \binom{n-1}{k-1}$.

Cours à travailler pour le 22.11.

22.11.2024 :

- Bilan interrogation.
- Formule du binôme de Newton.
- Utilisation de la formule de Newton pour le calcul de puissances de matrices.
- Exercices 21, 23.

Deux exercices du cours à traiter, exercice 22, DM à rendre le 26.11.

26.11.2024 :

- Exercice du cours.
- Nombre de parties d'un ensemble fini.
- Nombre de k -uplets.
- Nombre de k -uplets d'éléments distincts.

Interrogation le 27.11 : coefficients binomiaux, formule du binôme de Newton.

Chapitre 7 : Suites réelles

26.11.2024 :

- Définition d'une suite réelle.
- Différentes définitions d'une suite : explicite, par récurrence.

Interrogation le 27.11 : coefficients binomiaux, formule du binôme de Newton.

27.11.2024 :

- Définition implicite d'une suite réelle.
- Suites arithmétiques.
- Suites géométriques.
- Suites arithmético-géométriques.
- Suites récurrentes linéaires d'ordre 2.
- Exercice 3.

Fin de l'exercice 3, exercice 5 à préparer pour le 29.11.

29.11.2024 :

- Suites majorées, minorées, bornées, constantes, stationnaires.
- Monotonie, stricte monotonie. Montrer la monotonie.
- Étude de la monotonie de suites définies implicitement.
- Notion de limite d'une suite. Suites divergentes, notion de limite infinie
- Unicité de la limite.
- Toute suite convergente est bornée.
- Signe de la limite et signe de la suite.
- Une suite (u_n) converge vers ℓ ssi (u_{2n}) et (u_{2n+1}) convergent vers ℓ .
- Opérations sur les limites : somme, multiplication par un réel, produit, inverse. Formes indéterminées.

Exercice 10 à préparer pour le 03.12.

03.12.2024 :

- Exercice 10.
- Passage à la limite des inégalités.
- Gestion de certaines formes indéterminées.

DM 8.

04.12.2024 :

- Croissances comparées.
- Utilisation de l'expression conjuguée, utilisation de la dérivée.

- Théorème d'encadrement, comparaison.
- Théorème de la limite monotone, suites définies par une somme.
- Convergence des suites adjacentes.
- Exercices 12, 16.

Exercices 17, 22, 21 à préparer pour le 06.12.

06.12.2024 :

- Introduction à l'étude de suites récurrentes : limites et points fixes. Exemples.
- Exemples d'étude de suites définies de manière implicite.
- Exercices 14, 22, 21.

Chapitre 8 : Systèmes linéaires et matrices

06.12.2024 :

- Systèmes linéaires, systèmes linéaires homogènes.
- Écriture matricielle d'un système linéaire.
- Systèmes équivalents.
- Opérations élémentaires.

Exercice 1 du TD 8, DM 8 à rendre le 10.12.

10.12.2024 :

- Matrices échelonnées, systèmes échelonnés. Résolution des systèmes échelonnés.
- Méthode du pivot de Gauss.
- Exercice 1.

Fin de l'exercice 1, exercice 4 à traiter pour le 11.12., DM 9 à rendre le 17.12.

11.12.2024 :

- Une matrice $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$ est inversible ssi pour tout $Y \in \mathcal{M}_{n,1}(\mathbb{R})$, $AX = Y$ admet une unique solution.
- Calcul de l'inverse d'une matrice à l'aide d'un système linéaire.
- Conditions de non inversibilité.
- Une matrice $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$ est inversible ssi $AX = \begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}$ a pour unique solution $\begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}$.
- Notion de noyau d'une matrice. Une matrice est inversible ssi son noyau est réduit à la matrice colonne nulle.
- Méthode du pivot de Gauss pour déterminer si une matrice est inversible.
- Exercice 4, exercice 8.

Exercices 7,9 à préparer pour le 13.12.

13.12.2024 :

- Exercices 7, 9, 4.

Chapitre 9 : Probabilités sur un univers fini

13.12.2024 :

- Expérience aléatoire, issues, univers. Différents types d'univers.
- Événements, événements élémentaires, événements certains, événements impossibles.
- Rappels sur les ensembles : complémentaires, inclusion, lois de Morgan.
- Événements : contraires, incompatibles, systèmes complets d'événements.
- Probabilité sur un univers fini, probabilité uniforme et équiprobabilité.
- Propriétés : probabilité d'un contraire, d'une réunion, croissance, etc.
- Formule des probabilités totales.

- Exercices 1, 2, 3.
- Probabilités conditionnelles.
- Formule des probabilités composées.
- Formule des probabilités totales ; deuxième version.
- Exercice 1, 2.

Exercices 6,7 à traiter pour le 17.12. Interrogation sur les systèmes linéaires le 17.12.

17.12.2024 :

- Formule de Bayes.
- Exercices 6, 11, 13.

Exercices 12, 17 à préparer pour le 18.12.

18.12.2024 :

- Événements indépendants.
- Événements mutuellement indépendants.
- Exercices 7,12,14,17.

Chapitre 10 : Limites et continuité

18.12.2024 :

- Limite finie en un point, limite infinie. Limite à gauche, limite à droite.
- Limite en $\pm\infty$.
- Unicité de la limite.
- Limite et opérations.
- Limite et composition ; composition avec une suite.

Exercice 1 à préparer pour le 20.12.

20.12.2024 :

- Limites et inégalités.
- Encadrement, comparaison.
- Théorème de la limite monotone.
- Limites usuelles.
- Exercice 1.
- Croissances comparées.
- Continuité en un point, continuité à gauche, à droite.
- Prolongement par continuité.
- Exercice 3 (début), exercice 6 (début).

Fin des exercices 3, 6, exercice 5 à traiter pour le 07.01. DM 10 à rendre le 07.01.

07.01.2025 :

- Exercices 3, 6.
- Continuité sur un ensemble.
- Continuité des fonctions usuelles
- Compatibilité avec les opérations, composition.

Exercice 5 à traiter pour le 08.01.

08.01.2025 :

- Théorème des valeurs intermédiaires.
- Exemples d'applications.
- Théorème de la bijection.
- Exercices 7, 8, 9, 13, 16.

Exercice 18 à traiter pour le 10.01. Interrogation le 10.01.

10.01.2025 :

- Interrogation 10.
- Théorème des bornes atteintes.

Chapitre 11 : Variables aléatoires réelles finies et lois usuelles

10.01.2025 :

- Variable aléatoire réelle finie, univers image.
- Variable aléatoire $g(X)$ où $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$.
- Notations des événements $[X = x]$, $[X \leq x]$, $[X \in I]$, ...
- Système complet d'événements associé à une v.a.r.
- Loi d'une v.a.r. finie.
- Espérance d'une v.a.r. finie
- Théorème de transfert.
- Linéarité de l'espérance.
- Positivité, croissance de l'espérance.
- Exercice 2.

Cours à travailler pour le 14.01. Exercice 1 à préparer. DM 11 à rendre.

14.01.2025 :

- Exercices 1, 3, 5.

Calcul d'espérance à terminer, exercice 6 à préparer pour le 15.01.

15.01.2025 :

- Variance d'une v.a.r., formule de Koenig-Huygens.
- Propriétés de la variance.
- Variable aléatoire centrée, réduite.
- Lois usuelles : loi de Bernoulli, loi binomiale, lois uniformes, loi certaine / presque certaine.
- Exercice 11.

Exercice 17 à préparer. Interrogation le 17.01.

17.01.2025 :

- Interrogation 11.
- Variances des lois usuelles finies.
- Exercice 17, exercice 13.

Chapitre 12 : Dérivation

17.01.2025 :

- Taux d'accroissement, dérivabilité en un point, nombre dérivé.
- Dérivée à gauche, dérivée à droite.
- Tangente.

Exercice 2 à préparer pour le 21.01.

21.01.2025 :

- Fonction dérivée.
- Dérivées des fonctions usuelles.
- Opérations et dérivation.
- Linéarité de la dérivée.

Fin de l'exercice 2, exercice 3 à préparer pour le 22.01.

22.01.2025 :

- Dérivation d'un produit.
- Composition et dérivation.
- Dérivée de l'inverse, dérivée d'un quotient.
- Preuve de la dérivabilité des fonctions usuelles.

- Bijection réciproque : formule de la dérivée de la bijection réciproque.
- Théorème de Rolle.
- Exercice 7.
- Égalité des accroissements finis.
- Inégalité des accroissements finis.

Exercices 12, 13 à préparer pour le 24.01.

24.01.2025 :

- Exercices 12, 11, 18.
- Points critiques, condition nécessaire d'optimalité.
- Dérivation et variations.

Exercice 17 à préparer pour le 28.01.

28.01.2025 :

- Fonctions de classe $\mathcal{C}^1$.
- Théorème de prolongement de la dérivée.
- Exercice 17.

Chapitre 13 : Polynômes

29.01.2025 :

- Ensemble $\mathbb{R}[x]$, définitions.
- Opérations sur les polynômes.
- Degré.
- Opérations et degré.
- Division euclidienne des polynômes, existence et unicité du quotient et du reste.
- B divise A ssi le reste de la division euclidienne de A par B est nul.
- Polynôme dérivé.
- Dérivées successives d'un polynôme.
- Formule de Taylor pour les polynômes.

Exercices 1,2,3 à préparer pour le 31.01.

31.01.2025 :

- Racine d'un polynôme. Si $\alpha_1, \dots, \alpha_k$ racines distinctes, $(x - \alpha_1) \dots (x - \alpha_k)$ divise P .
- Un polynôme de $\mathbb{R}_n[x]$ non nul a au plus n racines distinctes. Un polynôme ayant une infinité de racines est nul.
- Multiplicité d'une racine.
- Caractérisation de la multiplicité.
- Relations coefficients-racines pour les polynômes de $\mathbb{R}_2[x]$.
- Factorisation des polynômes de $\mathbb{R}[x]$.
- Exercices 1,3, 5, 7, 13

Exercices 4, 8 à préparer pour le 04.02.

04.02.2025 :

- Exercices 4, 8, 14, 13.

Chapitre 14 : Introduction aux espaces vectoriels

05.02.2025 :

- Immersion.
- Lois de composition interne, externe
- Structure d'espace vectoriel, règles de calcul.

- Espaces vectoriels de référence : $\mathbb{R}^n$, $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{R})$, $\mathcal{F}(X, \mathbb{R})$, $\mathbb{R}[x]$, $\mathbb{R}_n[x]$, $\mathbb{R}^{\mathbb{N}}$.
- Combinaisons linéaires. Montrer qu'un vecteur est combinaison linéaire d'une famille de vecteurs.
- Sous-espaces vectoriels.

Exercice 1 à traiter pour le 07.02.

07.02.2025 :

- Exercice 1.
- L'intersection de deux sev d'un espace vectoriel E est un sev de E . Faux avec l'union.
- Sous-espaces vectoriels engendrés.
- Familles génératrices, exemples.
- Retirer un vecteur, remplacer un vecteur dans une famille génératrice.
- Familles libres, familles liées, exemples.
- Principe d'identification.

Exercices 2, 3, 4 à traiter pour le 25.02.

25.02.2025 :

- Familles de polynômes échelonnées en degré, familles de $\mathbb{R}^n$ échelonnées.
- Ajouter un vecteur, remplacer un vecteur dans une famille libre.
- Exercice 2.

Exercice 3, 4, 5 à traiter pour le 26.02.

26.02.2025 :

- Bases. Bases canoniques de $\mathbb{R}^n$, $\mathbb{R}_n[X]$, $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{R})$.
- Coordonnées dans une base.
- Exercices 4, 5, 8, 10.

Exercices 6, 7, 9 à traiter pour le 28.02.

28.02.2025 :

- Exercices 6, 9.

Chapitre 15 : Intégration sur un segment

28.02.2025 :

- Intégrale sur un segment, sommes de Riemann
- Linéarité de l'intégrale, relation de Chasles, positivité, croissance, inégalité triangulaire.
- Intégrale d'une fonction positive non nulle.
- Primitive d'une fonction continue.
- Ensemble des primitives d'une fonction continue.
- Intégrale et primitive.
- Primitives usuelles.

Exercices du cours, exercices 1, 2 (1,2) à traiter pour le 05.03.

05.03.2025 :

- Exercices 1, 2.
- Intégration par parties, exemples.
- Exercices 3 (1,2).
- Recherche de primitives par IPP.
- Changement de variable, exemples.
- Exercice 4 (1).

Exercices 3 et 4 à terminer, exercice 5 à préparer pour le 07.03. DM 16 à rendre pour le 12.03.

07.03.2025 :

- Exercices 5, 7, 8, 10.

Exercices 11, 12 à préparer pour le 11.03.

11.03.2025 :

- Exercices 11, 12.

Chapitre 16 : Étude asymptotique des suites et des séries

11.03.2025 :

- Suite négligeable devant une autre, exemples.

Exercice 1 à traiter pour le 12.03.2025.

12.03.2025 :

- Croissances comparées.
- Règles de calcul.
- Suites équivalentes, exemples.
- Equivalence et limites.
- Règles de calcul.
- Équivalents usuels, exemples.
- Exercice 2 (début).

Exercice 2 à terminer, exercices 1, 4, 5 à préparer pour le 14.03.

14.03.2025 :

- Exercices 1, 2.
- Séries numériques, sommes partielles.
- Somme et restes d'une série convergente, exemples.
- Divergence grossière.
- Lien suites-séries.
- Opérations sur les séries.
- Séries de référence : séries géométriques, série exponentielle, séries de Riemann.
- Exercice 8.

Exercice 8 à terminer pour le 18.03.

18.03.2025 :

- Exercice 8.
- Séries à termes positifs. Critères : comparaison, négligeabilité, équivalence.

Exercices 10, 9 à préparer pour le 19.03.

19.03.2025 :

- Exercices 9, 10.
- comparaison séries intégrales, application aux séries de Riemann.
- Séries absolument convergentes, séries semi-convergentes.
- La convergence absolue implique la convergence.
- Exemple : la série $\sum \frac{(-1)^n}{n}$ est semi-convergente.
- Comparaison de type $u_n \sim v_n$ et $u_n = o(v_n)$ dans le cas où $\sum v_n$ est à termes positifs.

Fin exercice 10, exercices 16, 12 (18), à préparer pour le 21.03.

21.03.2025 :

- Exercices 10, 16, 12.

Chapitre 17 : Espaces vectoriels de dimension finie, somme directe

21.03.2025 :

- Espace vectoriel de dimension finie, exemples
- Théorème de la base incomplète.

Exercice 18 du TD 16 à préparer pour le 25.03.

25.03.2025 :

- Si un ev E a une base de cardinal n , alors toute famille libre de E a au plus n vecteurs

- Toutes les bases d'un espace vectoriel de dimension finie ont même cardinal. Notion de dimension.
- Dimension des espaces vectoriels de référence.
- Si $\dim E = n$, toute famille libre a au plus n éléments, toute famille génératrice a au moins n éléments.
- Si $\dim E = n$, une famille libre de cardinal n est une base, une famille génératrice de cardinal n est une base.
- Dimension d'un sev F . Si $\dim F = \dim E$, alors $E = F$.

Exercices 4, 7 à préparer pour le 26.03.

26.03.2025 :

- Bilan DS 6.
- Exercices 1,4.
- Rang d'une famille de vecteurs. Lien avec les familles libres / liées.
- Somme de deux sous-espaces vectoriels.
- Somme directe de deux sous-espaces vectoriels.
- Caractérisation de la somme directe : $F \cap G = \{0_E\}$.
- Sous-espaces vectoriels supplémentaires, caractérisation.
- Exercice 7.

Exercices 8, 9 à préparer pour le 28.03.

28.03.2025 :

- Somme directe et bases en dimension finie.
- $\dim F \oplus G = \dim F + \dim G$, formule de Grassmann.
- Caractérisation des supplémentaires en dimension finie.
- Exercices 8, 9, 13 (début).

DM 18 à rendre pour le 02 avril comprenant l'exercice 13. Interrogation le 01.04.

Chapitre 18 : Compléments sur la dérivation

01.04.2025 :

- Interrogation.
- Dérivées successives.
- Espaces $\mathcal{C}^n(I)$ et $\mathcal{C}^\infty(I)$, exemples.
- Opérations dans $\mathcal{C}^n(I)$ et $\mathcal{C}^\infty(I)$.
- Somme, multiplication par un scalaire. $\mathcal{C}^n(I)$ et $\mathcal{C}^\infty(I)$ sont des espaces vectoriels.
- Produit : formule de Leibniz.
- Quotient, composition de fonctions de classe $\mathcal{C}^n$, $\mathcal{C}^\infty$.
- Formule de Taylor avec reste intégral.
- Inégalité de Taylor-Lagrange.
- Écriture de la fonction exponentielle comme somme d'une série.

Exercice 5 à préparer pour le 02.04.

02.04.2025 :

- Exercices 5, 6.
- Fonctions convexes, fonctions concaves. Une fonction convexe est en-dessous de ses cordes.
- Inégalité de Jensen.
- Caractérisations de la convexité dans le cas où f est de classe $\mathcal{C}^1$.
- Applications : inégalités de convexité.
- Fonctions convexes $\mathcal{C}^1$ et extrema.
- Caractérisation de la convexité dans le cas où f est de classe $\mathcal{C}^2$.

- Exercices 8, 9.

Exercices 12, 11 à préparer pour le 04.04.

04.04.2025 :

- Points d'inflexion.
- Exercice 12.

Chapitre 19 : Espaces probabilisés, variables aléatoires discrètes

04.04.2025 :

- Ensemble des événements, espace probabilisable.
- Distributivité, lois de Morgan.
- Systèmes complets d'événements.
- Probabilité, événements négligeables, presque sûrs. σ -sous-additivité.
- Théorème de la limite monotone
- Exercices 2, 3, 7.

Exercice 7 à terminer, DM 19 à rendre pour le 22.04