

DM 1

à rendre pour le 17.09

À chercher en autonomie. Le résultat d'une question peut éventuellement être admis en cas de recherche infructueuse, mais toutes les questions doivent être abordées.

Exercice 1.

1. Montrer que la proposition " $\forall n \in \mathbb{N}, 2^n \geq n^2$ " est fausse.
 2. Montrer en revanche que " $\forall n \geq 4, 2^n \geq n^2$ " est vraie. On pourra raisonner par récurrence.
-

Exercice 2. On considère la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par

$$\begin{cases} u_0 = \frac{1}{2}, \\ \forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = \frac{u_n}{u_n - 1}. \end{cases}$$

Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{2n} = \frac{1}{2}$ et $u_{2n+1} = -1$. On pourra raisonner par récurrence.

Exercice 3. Soit la fonction polynomiale P définie, pour tout réel x par

$$P(x) = x^3 + 4x^2 + x - 6.$$

1. Calculer $P(1)$.
 2. Déterminer des réels a, b, c tels que $P(x) = (x - 1)(ax^2 + bx + c)$ pour tout $x \in \mathbb{R}$.
 3. Résoudre alors l'équation $P(x) = 0$.
 4. Résoudre l'équation $(E) : e^{2x} + 4e^x + 1 - 6e^{-x} = 0$.
-