

**DM 2**

à rendre pour le 24.09

À chercher en autonomie. Le résultat d'une question peut éventuellement être admis en cas de recherche infructueuse, mais toutes les questions doivent être abordées.

**Exercice 1.**

- Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'inéquation  $x^3 - x^2 - x - 2 < 0$ .
- Si  $m$  est un réel fixé, déterminer une racine évidente du polynôme  $x^2 - (m + 1)x + m$ .
  - Selon les valeurs du paramètre réel  $m \in \mathbb{R}$ , résoudre l'équation  $x^2 + m \geq (m + 1)x$ .

**Exercice 2.** Résoudre l'équation suivante, d'inconnue  $x \in \mathbb{R}$  :

$$\sqrt{2x + 3} - \sqrt{x + 2} = 2.$$

On pourra par exemple raisonner par analyse-synthèse.

**Exercice 3.** On souhaite montrer :

$$\text{pour tout } x \in \left[ \frac{3}{2}, 2 \right], \text{ on a } \left| \frac{-2}{x^2} + \frac{1}{x} \right| \leq \frac{2}{9}. \quad (\star)$$

- 1<sup>ère</sup> méthode.*
  - Faire l'étude de la fonction  $f : x \mapsto \frac{-2}{x^2} + \frac{1}{x}$  sur l'intervalle  $[\frac{3}{2}, 2]$ .
  - En déduire  $(\star)$ .
- 2<sup>ème</sup> méthode.*
  - Justifier que  $(\star)$  équivaut à : pour tout  $x \in [\frac{3}{2}, 2]$ ,  $-2x^2 \leq -18 + 9x \leq 2x^2$ .
  - En faisant un étude de signe de deux expressions polynomiales de degré 2, en déduire  $(\star)$ .