

DM 16

à rendre pour le 12.03.

Exercice 1. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on pose $I_n = \int_1^2 x (\ln x)^n dx$.

1. Calculer I_0 .
 2. Pour tout entier naturel n , déterminer une relation entre I_n et I_{n+1} .
 3. En déduire les valeurs de I_1 et de I_2 .
-

Exercice 2. Calculer $\int_0^1 \frac{e^{3x}}{e^x + 1} dx$ en ayant recours au changement de variable $u = e^x + 1$.

Exercice 3. On considère la suite (I_n) d'intégrales définies par :

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad I_n = \int_0^1 (1-x)^n e^{3x} dx.$$

1. *Nature de (I_n) .*
 - a. Montrer que la suite (I_n) est une suite positive.
 - b. Étudier les variations de (I_n) .
 - c. La suite (I_n) est-elle convergente?
 2. *Limite de (I_n) .*
 - a. Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $\frac{1}{n+1} \leq I_n \leq \frac{e^3}{n+1}$.
 - b. En déduire la limite de (I_n) .
-