

Interrogation de cours – 1

Corrigé

1. Dans chacun des cas suivants, dire si $\mathcal{P}$ est une proposition. Si c'est le cas, préciser si $\mathcal{P}$ est une assertion ou un prédicat.

- a. $\mathcal{P}$: "le ciel est bleu".
- b. $\mathcal{P}$: " $x + 1$ ".
- c. $\mathcal{P}$: " f est croissante".

- a. $\mathcal{P}$ est une proposition, c'est une assertion : sa valeur ne dépend de la valeur d'aucun argument.
- b. $\mathcal{P}$ n'est pas une proposition (elle ne peut pas être vraie ou fausse).
- c. $\mathcal{P}$ est une proposition, c'est un prédicat car sa valeur dépend de f .

2. On note n un entier. Écrire la négation de la proposition " n est pair et $n \geq 4$ ".

Négation de la proposition : " n est impair ou $n < 4$ ".

3. Soient $\mathcal{P}$ et $\mathcal{Q}$ deux propositions.

- a. Écrire la négation de " $\mathcal{P} \Rightarrow \mathcal{Q}$ ".
- b. Écrire la contraposée de " $\mathcal{P} \Rightarrow \mathcal{Q}$ ".
- c. Écrire la négation de " $\mathcal{P}$ ou $\mathcal{Q}$ ".

- a. Négation de " $\mathcal{P} \Rightarrow \mathcal{Q}$ " : " $\mathcal{P}$ et (non $\mathcal{Q}$)".
- b. Contraposée de " $\mathcal{P} \Rightarrow \mathcal{Q}$ " : " $\text{non } \mathcal{Q} \Rightarrow \text{non } \mathcal{P}$ ".
- c. Négation de " $\mathcal{P}$ ou $\mathcal{Q}$ " : " $(\text{non } \mathcal{P})$ et $(\text{non } \mathcal{Q})$ ".

4. Soit $x \in \mathbb{R}$. On considère l'implication suivante : " $x \geq 2 \Rightarrow e^x \geq 1$ ".

- a. Écrire la réciproque de l'implication, puis sa contraposée.
- b. L'implication est-elle vraie ? Justifier.

- a. Réciproque : " $e^x \geq 1 \Rightarrow x \geq 2$ ". Contraposée : " $e^x < 1 \Rightarrow x < 2$ ".
- b. Montrons que l'implication est vraie.

Supposons que $x \geq 2$. On a alors $x \geq 0$. Comme la fonction $\exp$ est croissante, ceci entraîne que $e^x \geq e^0 = 1$.