

## Interrogation de cours – 11

### Corrigé

1. On considère une variable aléatoire réelle  $X$  telle que

$$\diamond X(\Omega) = \{1, 3, 4\},$$

$$\diamond \mathbb{P}(X = 1) = \frac{5}{12}, \mathbb{P}(X = 3) = \frac{1}{3}, \mathbb{P}(X = 4) = \frac{1}{4}$$

Déterminer  $\mathbb{E}(X)$ .

$$\mathbb{E}(X) = \mathbb{P}(X = 1) + 3\mathbb{P}(X = 3) + 4\mathbb{P}(X = 4) = \frac{5}{12} + 1 + 1 = \frac{29}{12}.$$

2. Soit  $X$  une variable aléatoire qui suit la loi de Bernoulli de paramètre  $p \in [0, 1]$ . Déterminer  $\mathbb{E}(X^2)$ .

$$\text{Par le théorème de transfert, on a } \mathbb{E}(X^2) = 0^2\mathbb{P}(X = 0) + 1^2\mathbb{P}(X = 1) = p.$$

3. Soit  $X$  une variable aléatoire qui suit la loi  $\mathcal{B}(n, p)$ . Rappeler la loi de  $X$ . Que vaut  $\mathbb{E}(X)$  ?

La loi de  $X$  est donnée par  $X(\Omega) = \llbracket 0, n \rrbracket$ , et

$$\forall k \in \llbracket 0, n \rrbracket, \mathbb{P}(X = k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}.$$

Par ailleurs,  $\mathbb{E}(X) = np$ .

4. On considère une variable aléatoire  $X$  qui désigne le résultat d'un lancer de dé à 6 faces équilibré. Quelle loi suit  $X$  ? Quelle est son espérance ?

La variable aléatoire  $X$  suit la loi  $\mathcal{U}(\llbracket 1, 6 \rrbracket)$ . Son espérance est donnée par  $\mathbb{E}(X) = \frac{1+6}{2} = \frac{7}{2}$ .

5. Soit  $X$  une variable aléatoire finie, exprimer sa variance  $\mathbb{V}(X)$ .

$$\text{On a } \mathbb{V}(X) = \mathbb{E}((X - \mathbb{E}(X))^2) = \mathbb{E}(X^2) - \mathbb{E}(X)^2.$$