

## Interrogation de cours – 12

### Corrigé

1. Effectuer la division euclidienne de  $2x^3 + x^2 - 2x + 1$  par  $x^2 + x + 1$ .

$$\text{On trouve } 2x^3 + x^2 - 2x + 1 = (x^2 + x + 1)(2x - 1) - 3x + 2.$$

2. Soient  $P, Q$  deux polynômes avec  $\deg P = 2$  et  $\deg Q = 3$ . Donner le degré des polynômes suivants :

- $PQ$ .
- $3Q$ .
- $P + Q$ .
- $P \circ Q$ .

$$\text{On a } \deg(PQ) = 5, \deg(3Q) = 3, \deg(P + Q) = 3, \deg(P \circ Q) = 6.$$

3. Soit le polynôme  $P(x) = \sum_{k=0}^n a_k x^k$ . Donner l'expression de  $P'$  et  $P''$ .

$$\text{On a } P'(x) = \sum_{k=1}^n k a_k x^{k-1}, \text{ et } P''(x) = \sum_{k=2}^n k(k-1) a_k x^{k-2}.$$

4. Soit le polynôme  $P(x) = x^3 + x^2 - 5x + 3$ . Déterminer la multiplicité de la racine 1 de  $P$ .

$$\text{On a } P(1) = 0 \text{ donc } 1 \text{ est racine de } P. \text{ Par ailleurs, } P'(x) = 3x^2 + 2x - 5, \text{ donc } P'(1) = 0. \\ \text{Puis, comme } P''(x) = 6x + 2, \text{ on a } P''(1) \neq 0. \text{ Finalement, } 1 \text{ est racine de } P \text{ de multiplicité } 2.$$

5. Que signifie "a est racine du polynôme  $P$  de multiplicité  $m$ " ?

$$\text{Cela signifie que } P \text{ s'écrit sous la forme } P(x) = (x - a)^m Q(x), \text{ avec } Q \in \mathbb{R}[x] \text{ et } Q(a) \neq 0.$$