

NOM :
Prénom :

Interrogation de cours – 14

01.04.2025

Soient E un espace vectoriel de dimension n et F et G deux sous-espaces vectoriels de E .

1. Soit (u_1, \dots, u_k) une famille de E . Compléter les affirmations suivantes.

- Une famille libre de E a n vecteurs.
- Une famille génératrice de E a n vecteurs.
- $\text{rg}(u_1, \dots, u_k) = k$ si et seulement si la famille (u_1, \dots, u_k) est
- $\text{rg}(u_1, \dots, u_k) = n$ si et seulement si la famille (u_1, \dots, u_k) est

2. Donner la définition de la somme $F + G$.

3. On suppose que $F = \text{Vect}(u_1, \dots, u_k)$ et $G = \text{Vect}(v_1, \dots, v_m)$. Donner une famille génératrice de $F + G$.

4. Que signifie que F et G sont en somme directe ?

5. Que veut dire que F et G sont supplémentaires ?

6. Si \mathcal{B} est une base de F et \mathcal{B}' une base de G ,
- a. La somme $F + G$ est directe ssi la famille $\mathcal{B} \cup \mathcal{B}'$
 - b. F et G sont supplémentaires ssi la famille $\mathcal{B} \cup \mathcal{B}'$