

NOM :

Prénom :

Interrogation de cours – 6

16.10.2024

Dans tout ce qui suit, n, p, q désignent des entiers naturels non nuls.

1. On considère les matrices suivantes :

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 3 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad D = (1 \ 0 \ -1).$$

Dire si les opérations suivantes sont possibles, et donner leur résultat le cas échéant : $A + B$, $B + C$, AC , BA , DA .

2. Soient $A \in \mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{R})$ et $B \in \mathcal{M}_{p,q}(\mathbb{R})$ et $C = AB$. Combien de lignes et de colonnes la matrice C possède-t-elle ?

Donner l'expression sous la forme d'une somme du coefficient c_{ij} se trouvant à la ligne i et à la colonne j de la matrice $C = AB$.

3. Si $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 0 & 1 & -4 \end{pmatrix}$, déterminer tA .

4. Si $A \in \mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{R})$ et $B \in \mathcal{M}_{p,q}(\mathbb{R})$, donner l'expression de ${}^t(AB)$ en fonction de tA et tB .

5. Donner la définition d'une matrice symétrique de $\mathcal{M}_n(\mathbb{R})$.

6. Calculer $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$. A-t-on $A \in \mathcal{A}_2(\mathbb{R})$?